ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ- 1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα x΄x , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ=20 cm, προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Η απομάκρυνση ενός σημείου Ο, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα, δίνεται από την εξίσωση y=2ημ20πt (y σε cm, x σε s).

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α) Η εξίσωση του κύματος είναι $y = 2ημ2π\left(10t + \frac{x}{20}\right)$ (x, y σε cm, t σε s).

β) Η διαφορά φάσης $φ_A$- $φ_B$ μεταξύ των ταλαντώσεων δύο σημείων Α (40 cm) και Β (-40 cm), την ίδια χρονική στιγμή, είναι 8π.

γ) Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Β τη χρονική στιγμή t= 3s είναι υ=-40π $\frac{cm}{s}$.

δ) Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι υ=2 m/s.

Β. Τρένο κινείται μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών A_1 και A_2 που βρίσκονται στην ευθεία κίνηση του τραίνου. Το τραίνο απομακρύνεται από τον A_1 και πλησιάζει τον A_2. Η ταχύτητα του τραίνου είναι $υ_S = \frac{υ}{2}$, όπου υ η ταχύτητα του ήχου που εκπέμπει το τραίνο. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

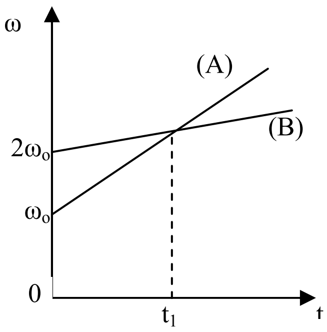
α) Η συχνότητα του ήχου ως προς τον A_2 είναι f_2=2fs ενώ ως προς τον A_1 είναι $f_1 = \frac{2fs}{3}$.

β) Η συχνότητα του ήχου ως προς τον A_2 είναι $f_2 = \frac{fs}{2}$ ενώ ως προς τον A_1 είναι f_1=2fs.

γ) Η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος που φθάνει στον παρατηρητή A_2 είναι +50% ενώ στον A_1 είναι –50 %.

δ) Η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος που φθάνει στον παρατηρητή A_2 είναι -50% ενώ στον A_1 είναι +50%.

Γ. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ω=f(t) δύο στερεών Α και Β που περιστρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες. Τα στερεά ξεκινούν την περιστροφή τους ταυτόχρονα.



1. Τα δύο στερεά τη χρονική στιγμή t_1 έχουν ίσες γωνιακές επιταχύνσεις.
2. Τα δύο κινητά τη χρονική στιγμή t_1 έχουν ίσα μέτρα γωνιακών ταχυτήτων.
3. Τα δύο κινητά τη χρονική στιγμή t_1 έχουν εκτελέσει τον ίδιο αριθμό στροφών.
4. Για τις γωνιακές επιταχύνσεις ισχύει: $α_A > α_B$.

Επιβεβαιώστε ή διαψεύστε τις προτάσεις.

ΘΕΜΑ 2ο

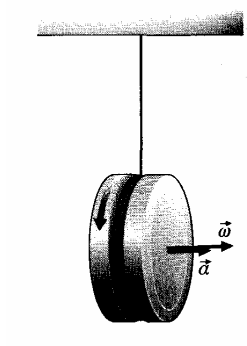
Σε ομογενή κύλινδρο, ακτίνας R και μάζας m, τυλίγεται αβαρές σχοινί και το ελεύθερο άκρο του δένεται σε σταθερό σημείο. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κινηθεί κατακόρυφα. Αν ο άξονας του κυλίνδρου είναι συνέχεια οριζόντιος, να βρείτε:

ι) τον ρυθμό αύξησης της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου,

ιι) την τάση $\vec{T}$ του σχοινιού,

ιιι) τη γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ του κυλίνδρου όταν θα έχει ξετυλιχθεί σχοινί μήκους *l*.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα συμμετρίας του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.



ΘΕΜΑ 3ο

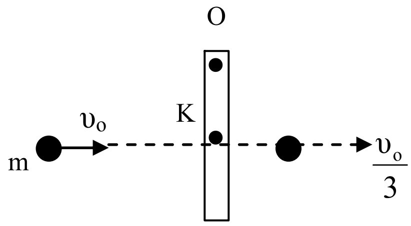
Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος *l* και μάζα m και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στο άκρο της Ο χωρίς τριβές.

Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{8}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_o και διαπερνά ακαριαία τη ράβδο εξερχόμενο με ταχύτητα $\frac{\upsilon_o}{3}$ από το κέντρο μάζας της. Να υπολογιστούν:

α) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

β) Η ταχύτητα υ_o ώστε η ράβδος να εκτραπεί κατά $\varphi=90^o$

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου $I = \frac{1}{12}Ml^2$



ΘΕΜΑ 4ο

Σώμα μάζας m=4Kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K_1=400 N/m και ακουμπά στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K_2=1200 N/m. Δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα υ_o=6m/s προς τα δεξιά. Αν το ελατήριο σταθεράς K_1 βρίσκεται δεξιά του σώματος και το ελατήριο K_2 βρίσκεται αριστερά του, ζητούνται:

α) Να υπολογιστεί η περίοδος Τ της κίνησης του σώματος και η απόσταση L μεταξύ των ακραίων θέσεων της τροχιάς του.

β) Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση της ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο στη διάρκεια μιας περιόδου.

ΘΕΜΑ 5ο

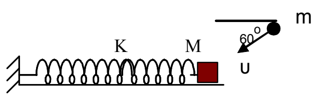
Συμπαγής ομογενής τροχός μάζας m=2 kg και ακτίνας $R = 10\sqrt{10}cm$, αφήνεται από ύψοςh=3m να κυλήσει πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$. Ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει.

α. να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται ο τροχός και να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του,

β. να υπολογίσετε την στατική τριβή του κυλίνδρου και τις τιμές του συντελεστή τριβής για να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
γ. η ταχύτητα του cm και το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, όταν φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

ΘΕΜΑ 6ο

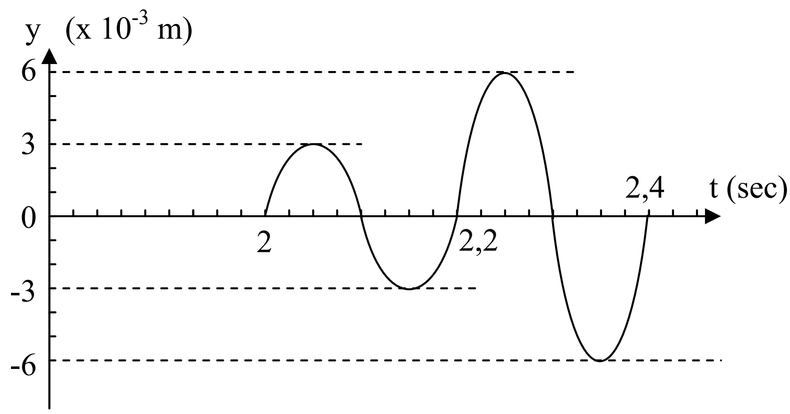
Σώμα μάζας $M=4\cdot 10^{-2}$ kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς K=36N/m και ηρεμεί. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά 0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t=0. Τη χρονική στιγμή $t=\frac{4\pi}{90}$ βλήμα μάζας $m=5\cdot 10^{-2}$ kg σφηνώνεται στη μάζα M όπως φαίνεται στο σχήμα . Αν μετά τη κρούση δεν υπάρχει αναπήδηση στον κατακόρυφο άξονα να βρεθούν:



α. Η χρονική εξίσωση ταλάντωσης της μάζας M πριν τη κρούση.
β. Το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος ώστε το συσσωμάτωμα να εκτελεί ταλάντωση ίδιου πλάτους με τη μάζα M.
γ. Η χρονική εξίσωση ταχύτητας του συσσωματώματος αν θεωρήσουμε σαν χρονική στιγμή t=0 για το συσσωμάτωμα τη στιγμή της κρούσης.
(Η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου θεωρείται θετική και οι τριβές μεταξύ μάζας M και επιπέδου αμελητέες)

ΘΕΜΑ 7ο

Με κατάλληλο τρόπο δημιουργούμε στην ήρεμη επιφάνεια υγρού δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής κυμάτων O_1 και O_2 που βρίσκονται μεταξύ τους σε απόσταση $\ell = 6m$. Κάποια χρονική στιγμή $t_0 = 0$, που θεωρούμε σαν αρχή των χρόνων, οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται, παράγοντας εγκάρσια κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού, με ταχύτητα 2 m/sec. Σε σημείο Α της επιφάνειας του υγρού τοποθετείται φελλός, του οποίου η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από την γραφική παράσταση που ακολουθεί .

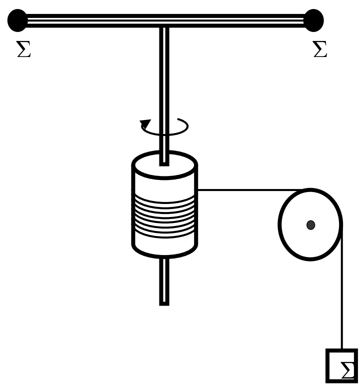


α) Να γραφούν οι εξισώσεις των κυμάτων που παράγουν οι πηγές O_1 και O_2.
β) Να εξετάσετε αν το σημείο Α στο οποίο βρίσκεται ο φελλός είναι σημείο ενίσχυσης, απόσβεσης ή τυχαίο σημείο.

γ) Να βρεθεί η απομάκρυνση λόγω ταλάντωσης του φελλού τις χρονικές στιγμές t_1=1 sec, t_2=2,125sec και t_3=2,275 sec.
δ) Να βρεθεί το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης που τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το σημείο Α με την πλησιέστερη πηγή και βρίσκονται μεταξύ του Α και της πηγής.

ΘΕΜΑ 8ο

Σώμα Σ_1 , μάζας m_1 = 2 kg, μπορεί να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω έτσι ώστε μέσω της τροχαλίας, μάζας m = 2 kg, να ξετυλίγεται το σχοινί που είναι τυλιγμένο γύρω από τον κύλινδρο του σχήματος, ακτίνας R = 0,2 m, που μπορεί να περιστρέφεται με τον άξονά του κατακόρυφο. Κατακόρυφη αβαρής ράβδος, αμελητέας ακτίνας διέρχεται από τον άξονα του κυλίνδρου και στο επάνω άκρο της στερεώνεται από το μέσο της δεύτερη οριζόντια αβαρής ράβδος, μήκους L=1m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δύο μικροί δακτύλιοι Σ_2 και Σ_3, με αμελητέες διαστάσεις και ίσες μάζες $m_2 = m_3$ = 0,025 kg, βρίσκονται στα άκρα της οριζόντιας ράβδου και συνδέονται μεταξύ τους μέσω αβαρούς νήματος με όριο θραύσης $T_{\theta\rho}$ = 25 N. Το όλο σύστημα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σαν ενιαίο σώμα γύρω από άξονα που έχει τη διεύθυνση της κατακόρυφης ράβδου. Το νήμα που συνδέει τους δακτυλίους και το σχοινί που συνδέει το σώμα Σ_1 με το κύλινδρο παραμένουν διαρκώς τεντωμένα. Η τριβή ανάμεσα στη τροχαλία και το σχοινί είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση .



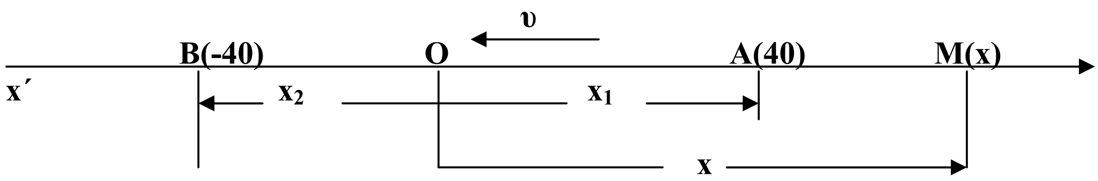
Να βρεθούν:
α) η τάση του νήματος που ασκείται στο σώμα Σ_1 αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνσή του είναι α = 4 m/s^2.
β) η συχνότητα περιστροφής των δακτυλίων Σ_2 και Σ_3 μετά από χρονικό διάστημα 1,5π s από την έναρξη της περιστροφής τους.
γ) η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του συστήματος.
δ) η γωνία περιστροφής του κυλίνδρου από την έναρξη της περιστροφής του συστήματος μέχρι την στιγμή που το νήμα που συνδέει τους δακτυλίους είναι έτοιμο να κοπεί.
Η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και έχει ροπή αδράνειας $I = \frac{1}{2} m R_1^2$ όπου R_1 η ακτίνα της τροχαλίας.
Δίνεται g=10m/sec^2.

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α. Η εξίσωση δονήσεως του σημείου Μ(x) του ελαστικού μέσου είναι $y = 2\eta\mu(20\pi t + \varphi)$ όπου $\varphi = 2\pi\frac{x}{\lambda}$. Άρα $y = 2\eta\mu\left(20\pi t + \frac{2\pi x}{20}\right)$ ή $y = 2\eta\mu 2\pi\left(10t + \frac{x}{20}\right)$ (1) (x,y σε cm, t σε s).

Σύμφωνα με τη (1) η πρόταση (α) είναι σωστή.



β. Από την (1) για τα σημεία Α, Β του ελαστικού μέσου θα έχουμε:

$y_A = 2\eta\mu 2\pi\left(10t + \frac{x_1}{20}\right)$ και $y_B = 2\eta\mu 2\pi\left(10t + \frac{x_2}{20}\right)$

Η διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων των σημείων Α και Β, την ίδια χρονική στιγμή είναι

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = 2\pi\left(10t + \frac{x_1}{20}\right) - 2\pi\left(10t + \frac{x_2}{20}\right)\ \Delta\varphi = 2\pi\frac{x_1 - x_2}{20} \rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\frac{40\text{cm-(-40cm)}}{20cm} \rightarrow \Delta\varphi = 8\pi$$

Η πρόταση (β) είναι σωστή.

γ. Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης V του σημείου Β του ελαστικού μέσου είναι $V = 40\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(10t + \frac{x_2}{20}\right)$

Για t=3s και x_2=-40cm έχουμε: $V = 40\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(30 - \frac{40}{20}\right) \rightarrow V = 40\pi\frac{cm}{s}$.

Η πρόταση (γ) είναι λανθασμένη.

δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda\omega}{2\pi} = \frac{20cm \times 20\pi s^{-1}}{2\pi} \rightarrow \upsilon = 2\frac{m}{s}$

Η πρόταση (δ) είναι σωστή.

Β. Αφού το τραίνο απομακρύνεται από τον A_1, αυτός θα αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας

$$f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon s} fs \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon + \frac{\upsilon}{2}} fs = \frac{2\upsilon}{3\upsilon} fs \Rightarrow f_1 = \frac{2}{3} fs \quad (1)$$

Όμως $fs = \frac{\upsilon}{\lambda}$ και $f_1 = \frac{\upsilon}{\lambda_1}$

Τότε (1)

$$\frac{\upsilon}{\lambda_1}=\frac{2}{3}\frac{\upsilon}{\lambda}\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda}=\frac{3}{2}\quad \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda}100\%=\frac{\lambda_1-\lambda}{\lambda}100\%=\left(\frac{\lambda_1}{\lambda}-1\right)100\%=\left(\frac{3}{2}-1\right)100\%=0{,}5\cdot100\%=50\%$$

Αντίστοιχα αφού το τραίνο πλησιάζει τον A_2, αυτός θα αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας

$$f_2=\frac{\upsilon}{\upsilon+\upsilon_s}fs=\frac{\upsilon}{\upsilon+\frac{\upsilon}{2}}fs\Rightarrow f_2=2fs\quad(2)$$

Όμως $\mathrm{fs}=\frac{\upsilon}{\lambda}$ και $\mathrm{f}_2=\frac{\upsilon}{\lambda_2}$

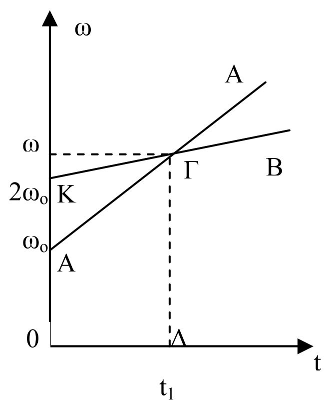
Τότε (2)

$$\frac{\upsilon}{\lambda_2}=2\frac{\upsilon}{\lambda}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda}=\frac{1}{2}\quad \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda}100\%=\frac{\lambda_2-\lambda}{\lambda}100\%=\left(\frac{\lambda_2}{\lambda}-1\right)100\%=\left(\frac{1}{2}-1\right)100\%=-0{,}5\cdot100\%=-50\%$$

Γ.

α. Στερεό Α: $\alpha_{\gamma A}=\frac{d\omega}{dt}=\frac{\omega-\omega_o}{t_1}\quad(1)$

Στερεό Β: $\alpha_{\gamma B}=\frac{d\omega}{dt}=\frac{\omega-2\omega_o}{t}\quad(2)$



Από (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι $\alpha_{\gamma A}\neq\alpha_{\gamma B}$

β. Η πρόταση είναι σωστή : $\omega_A=\omega_B=\omega$.

γ. Βρίσκουμε τις γωνιακές μετατοπίσεις θ_A και θ_B των δύο στερεών από τα εμβαδά των σχημάτων. Εμβαδό $_{(\text{ΑΓΔΟ})}=\theta_A$ και ο αριθμός των στροφών του στερεού Α θα είναι $N_A=\frac{\theta_A}{2\pi}\quad(3)$

Όμοια Εμβαδό $_{(\text{ΚΓΔΟ})}=\theta_B$ και $N_B=\frac{\theta_B}{2\pi}\quad(4)$

Όμως Εμβαδό $_{(\text{ΚΓΔΟ})}>$ Εμβαδό $_{(\text{ΑΓΔΟ})}$ άρα $\theta_B>\theta_A$ οπότε $N_B>N_A$. Η πρόταση είναι λάθος.

δ. Από (1) και (2) έχουμε $\alpha_{\gamma A}>\alpha_{\gamma B}$.

ΘΕΜΑ 2ο

ι) Στον κύλινδρο ασκείται, εκτός από το βάρος του $\vec{w}=m\vec{g}$ και η τάση $\vec{T}$ του σχοινιού. Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση, μια μεταφορική και μια στροφική.
Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει

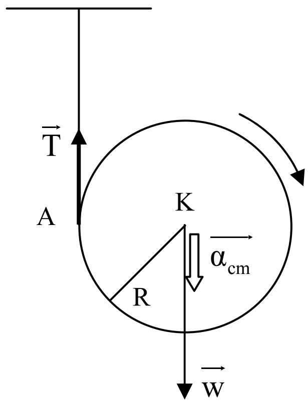
$$\Sigma\vec{F}=m\alpha_{cm}\quad \text{ή}\quad w-T=m\alpha_{cm}\quad \text{ή}\quad T=m(g-\alpha_{cm})\quad(1)$$

ενώ για τη στροφική του κίνηση ισχύει

$$\Sigma\tau = I_{cm}\alpha_\gamma \quad ή \quad TR = \frac{1}{2}mR^2\alpha_\gamma \quad ή \quad T = \frac{1}{2}mR\alpha_\gamma \quad (2)$$

Η σχέση (2) λόγω της (1) γράφεται:

$$m(g - \alpha_{cm}) = \frac{1}{2}mR\alpha_\gamma$$



Αλλά είναι $a_{cm} = \alpha R$, οπότε

$$g - \alpha_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} \quad ή \quad \alpha_{cm} = \frac{2g}{3}$$

Ο ρυθμός αύξησης της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου έχει μέτρο

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R} \quad ή \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{2g}{3R}$$

ιι) Από τη σχέση (1) παίρνουμε:

$$T = m(g - \alpha_{cm}) \quad ή \quad T = m\left(g - \frac{2g}{3}\right) \quad ή \quad T = \frac{mg}{3}$$

ιιι) Όταν θα ξετυλιχθεί σχοινί μήκους l, το κέντρο μάζας K του κυλίνδρου θα έχει κατέβει κατακόρυφα κατά $h=l$. Από τη μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας K παίρνουμε:

$$h = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \quad και \quad \upsilon_K = \alpha_{cm}t \quad ή \quad t = \frac{\upsilon_K}{\alpha_{cm}}$$

οπότε

$$h = \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot\frac{\upsilon_K^2}{\alpha_{cm}^2} \quad ή \quad h = \frac{\upsilon_K^2}{2\alpha_{cm}} \quad ή \quad \upsilon_{cm} = \sqrt{2\alpha_{cm}h}$$

Αλλά είναι $\upsilon_{cm} = \omega R,\ \alpha_{cm} = \frac{2g}{3}$ και $h = l$, συνεπώς

$$\omega R = \sqrt{2\cdot\frac{2g}{3}\cdot l} \quad ή \quad \omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{gl}{3}}$$

<u>ΘΕΜΑ 3ο</u>

α) Ισχύει ΑΔ στροφορμής:

$$\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ} \qquad (1)$$

$$\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{αρχ(σφ)} + \vec{L}_{αρχ(ραβ)} = m\upsilon_0\cdot\frac{l}{2} + 0 = \frac{m\upsilon_0 l}{2} \qquad (2)$$

$$\vec{L}_{ΤΕΛ} = \vec{L}_{τελ(σφ)} + \vec{L}_{τελ(ραβ)} = m\frac{\upsilon_0}{3}\cdot\frac{l}{2} + I\omega = m\frac{\upsilon_0}{3}\frac{l}{2} + \left(\frac{1}{12}Ml^2 + M\frac{l^2}{4}\right)\omega \qquad (3)$$

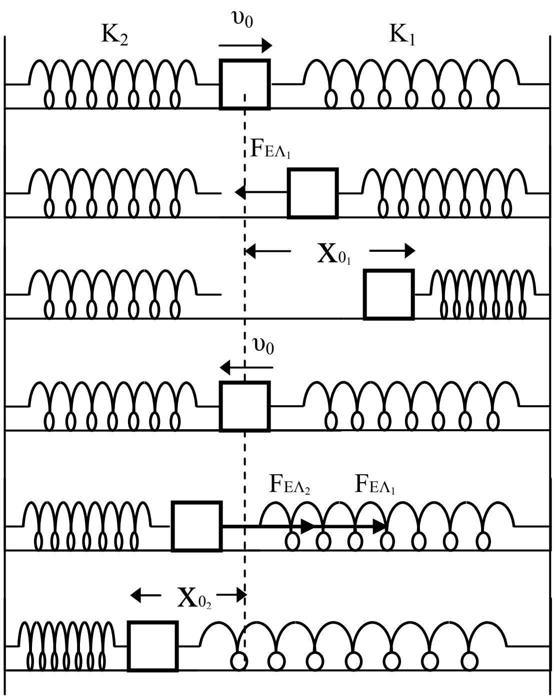
$$(1)\xrightarrow{(2),(3)}\frac{m\upsilon_0 l}{2} = \frac{m\upsilon_0 l}{6} + \frac{1}{3}Ml^2\omega \rightarrow \frac{m\upsilon_0 l}{3} = \frac{1}{3}Ml^2\omega \rightarrow \omega = \frac{m\upsilon_0 l}{Ml^2} \Rightarrow \omega = \frac{m\upsilon_0}{Ml} = \frac{M/8\,\upsilon_0}{Ml} = \frac{\upsilon_0}{8l}$$

β)Λόγω διατήρησης της ενέργειας και ορίζοντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας, για εκτροπή ράβδου κατά γωνία $\varphi=90^o$ έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi}+U_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda}\rightarrow\frac{1}{2}I\omega^2+0=Mg\frac{l}{2}\rightarrow\frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}Ml^2+\frac{Ml^2}{4}\right)\cdot\frac{\upsilon_0^2}{64l^2}=Mg\frac{l}{2}\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\cdot\frac{\upsilon_0^2}{64l^2}=Mg\frac{l}{2}\rightarrow\upsilon_0^2=3\cdot 64gl\rightarrow\upsilon_0=8\sqrt{3gl}$$

ΘΕΜΑ 4^o^



α. Αρχικά για όσο χρόνο το σώμα κινείται δεξιά από τη θέση της ισορροπίας του εκτελεί Α.Α.Τ. με την επίδραση του ελατηρίου K_1. Άρα η περίοδος αυτής της ταλάντωσης θα είναι:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\xrightarrow{D=\kappa_1}T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa_1}}\rightarrow T_1=\frac{2\pi}{10}\sec$$

όμως το σώμα εκτελεί τη μισή Α.Α.Τ. σε χρόνο $\Delta t_1=\frac{T_1}{2}\rightarrow\Delta t_1=\frac{2\pi}{20}\sec$.

Επίσης $\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}\Rightarrow\omega_1=10\text{rad/s}$.

Άρα η προς τα δεξιά κίνηση θα έχει μέγιστη απομάκρυνση: $\upsilon_o=\omega_1 x_{01}\Rightarrow x_{01}=\frac{\upsilon_o}{\omega_1}\Rightarrow x_{01}=0{,}6\text{m}$ (1).

Στη συνέχεια το σώμα επιστρέφει στη θέση ισορροπίας του με την ίδια ταχύτητα υ_o και αρχίζει να ταλαντώνεται προς τα αριστερά με την επίδραση και των δύο ελατηρίων. Η περίοδος αυτής της ταλάντωσης θα είναι :

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\xrightarrow{D=\kappa_1+\kappa_2}T_2=2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa_1+\kappa_2}}\rightarrow T_2=\frac{\pi}{10}\sec$$

και ο χρόνος κίνησης του σώματος υπό την επίδραση και των δύο ελατηρίων θα είναι:

$$\Delta t_2=\frac{T_2}{2}\rightarrow\Delta t_2=\frac{\pi}{20}\sec.\ \text{Επίσης}\ \omega_2=\frac{2\pi}{T_2}\Rightarrow\omega_2=20\text{rad/s}.$$

Άρα η προς τα αριστερά κίνηση θα έχει μέγιστη απομάκρυνση

$$\upsilon_o=\omega_2 x_{02}\Rightarrow x_{02}=\frac{\upsilon_o}{\omega_2}\Rightarrow x_{02}=0{,}3\text{m}\quad(2).$$

Οπότε η περίοδος της κίνησης του σώματος θα είναι: $T=\Delta t_1+\Delta t_2\rightarrow T=\frac{3\pi}{20}\sec$

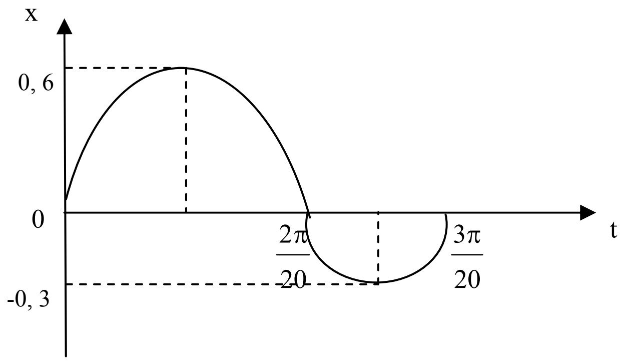
και η απόσταση d μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων: $d=x_{01}+x_{02}\rightarrow d=0{,}9\text{m}.$

β. Γραφική παράσταση x=f(t). Θεωρώντας τα θετικά δεξιά:

$$x_1 = x_{01}\eta\mu\omega_1 t = 0{,}6\eta\mu 10t \left[0 \le t \le \frac{2\pi}{20}\right]$$

$$x_2 = -x_{02}\eta\mu\omega_2 t \Rightarrow x_2 = -0{,}3\eta\mu 20t$$

$$\left[\frac{2\pi}{20} \le t \le \frac{3\pi}{20}\right]$$



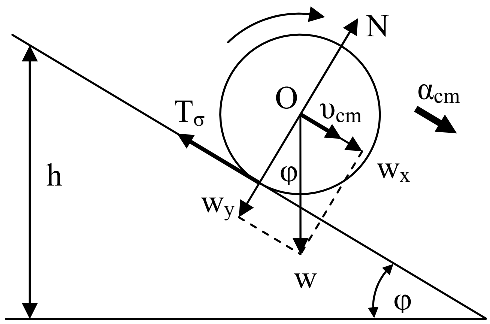
-

ΘΕΜΑ 5ο

α. Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις:
το βάρος του $\vec{w}$, που αναλύεται σε συνιστώσες:

$$w_x = w \cdot \eta\mu\varphi \quad \text{και} \quad w_y = w \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το κεκλιμένο επίπεδο, η στατική τριβή $\vec{T}_\sigma$.



Για τη μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F_x = m\,\alpha_{cm} \Rightarrow w\eta\mu\varphi\text{-}T_\sigma = m\,\alpha_{cm} \Rightarrow 10 - T_\sigma = 2a_{cm} \quad (1)$$

Για τη στροφική κίνηση:

$$\Sigma\tau^{(K)} = I\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_\sigma \cdot R = I\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_\sigma = \frac{1}{2}mRa_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_\sigma = \frac{1}{2}2Ra_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Στην κύλιση ισχύει: $a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R \quad (3)$

Λύνουμε τις σχέσεις (1) Τσ και αντικαθιστούμε στην (2), οπότε παίρνουμε:

$$10 - 2a_{cm} = a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} m/s^2$$

β. Η σχέση (1) δίνει: $T_\sigma = \frac{10}{3}$N

Η συνθήκη για να έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση είναι το μέτρο της στατικής τριβής να μη ξεπεράσει το μέτρο της τριβής ολίσθησης. Δηλαδή: Τσ<μΝ

Αντικαθιστώντας στην τελευταία την τιμή της T_σ που βρήκαμε και Ν=wσυνφ,

$$\text{παίρνουμε: } \frac{10}{3} < \mu \cdot 10\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} < \mu$$

γ. Από την ΑΔΜΕ και θεωρώντας ως επίπεδο U=0, αυτό που διέρχεται από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου, όταν αυτό έχει κατέλθει κατά h, θα έχουμε:

$$mgh=\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2\xrightarrow{\upsilon_{cm}=\omega R}mgh=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\omega^2+\frac{1}{2}m(\omega R)^2\Rightarrow 4gh=3\omega^2R^2$$

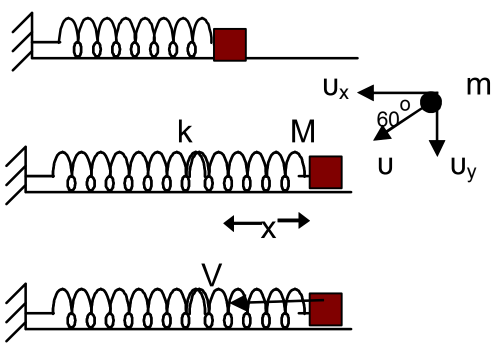
$$\omega=\sqrt{\frac{4gh}{3R^2}}=\frac{2}{R}\sqrt{\frac{gh}{3}}=\frac{2}{0{,}1\sqrt{10}}\sqrt{\frac{10\cdot 3}{3}}\frac{rad}{s}\Rightarrow\omega=20\frac{rad}{s}$$

Η ταχύτητα του cm είναι: $\upsilon_{cm}=\omega\cdot R=20\cdot 0{,}1\sqrt{10}\frac{m}{s}\Rightarrow\upsilon_{cm}=2\sqrt{10}\frac{m}{s}$

Το μέτρο της στροφορμής είναι:

$$L=I\cdot\omega=\frac{1}{2}mR^2\omega=\frac{1}{2}2\left(0{,}1\sqrt{10}\right)^2 20kg\cdot m^2/s=2kg\cdot m^2/s$$

ΘΕΜΑ 6°



α. Για τη μάζα Μ: $x=A\eta\mu(\omega t+\phi_0)$

Στη χρονική στιγμή : t=0 έχω x=A=0,2m $\omega=\sqrt{\frac{\kappa}{M}}=30r/s$

και εφόσον σε t=0: x=+A, η $\phi_o=\frac{\pi}{2}$rad

Άρα $x=0{,}2\eta\mu\left(30t+\frac{\pi}{2}\right)$

β. Βρίσκουμε την απομάκρυνση της μάζας Μ σε $t=\frac{4\pi}{90}$

$x=0{,}2\eta\mu\left(30t+\frac{\pi}{2}\right)\xrightarrow{t=\frac{4\pi}{90}}x=-0{,}1m$ και την ταχύτητα της την ίδια χρονική στιγμή

$$\upsilon_M=\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\left(30t+\frac{\pi}{2}\right)\xrightarrow{t=\frac{4\pi}{90}}\upsilon_M=3\sqrt{3}m/s$$

Από ΑΔΕ ταλάντωσης αμέσως μετά την κρούση βρίσκουμε την ταχύτητα V του συσσωματώματος.

$$E_{O\Lambda}=K+U\Rightarrow\frac{1}{2}\kappa A^2=\frac{1}{2}(M+m)V^2+\frac{1}{2}\kappa x^2\rightarrow V=\pm 2\sqrt{3}\ m/s$$

Από ΑΔΟ στην κρούση κατά τον άξονα x, υπολογίζουμε την υ_x του βλήματος πριν την κρούση.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi}=\vec{P}_{\tau\epsilon\lambda}\Rightarrow M\vec{\upsilon}_M+m\vec{\upsilon}_x=(M+m)\vec{V}\quad(2)$$

Αν $\vec{V}=2\sqrt{3}\ m/s\xrightarrow{(2)}\vec{\upsilon}_x=\frac{6}{5}\sqrt{3}\ m/s$ [απορρίπτεται γιατί $\vec{\upsilon}_x<0$]

Αν $\vec{V}=-2\sqrt{3}\ m/s\xrightarrow{(2)}\vec{\upsilon}_x=-6\sqrt{3}\ m/s$ [δεκτη λύση]

οπότε τελικά από την ανάλυση της ταχύτητας στο βλήμα:

$$\sigma\upsilon\nu 60^o=\frac{\upsilon_x}{\upsilon}\Rightarrow\upsilon=\frac{\upsilon_x}{\sigma\upsilon\nu 60^o}\Rightarrow\upsilon=12\sqrt{3}m/s$$

γ. Εξίσωση ταχύτητας για το συσσωμάτωμα $V=V_o\sigma\upsilon\nu(\omega' t+\phi'_o)$ όπου $\omega'=\sqrt{\frac{\kappa}{M+m}}=20r/s$

$\upsilon_o = \omega' A = 4m/s$

Βρίσκω αρχική φάση φ΄ₒ: $\upsilon = 4\sigma\upsilon\nu(20t + \phi'_o)$

σε t=0 και $\upsilon = -2\sqrt{3}m/s$ έχουμε: $-2\sqrt{3} = 4\sigma\upsilon\nu\phi'_o \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi'_o = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{Άρα } \phi'_o = \frac{5\pi}{6} \text{ είτε } \phi'_o = \frac{7\pi}{6}$$

Για $\phi'_o = \frac{5\pi}{6}$ έχω x>0. Άρα απορρίπτεται.

Για $\phi'_o = \frac{7\pi}{6}$ έχω x<0. Δεκτή λύση.

Οπότε η εξίσωση γράφεται: $V = 4\sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{7\pi}{6}\right)$.

ΘΕΜΑ 7ο

α) Οι πηγές είναι σύγχρονες και παράγουν όμοια κύματα. Η εξίσωση κάθε τρέχοντος κύματος που παράγει η κάθε πηγή είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(t/T - x/\lambda\right) \quad (1)$$

όμως $T = \frac{1}{f} = 0{,}2\sec$ και $\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{2}{5} = 0{,}4m$

Άρα από

$$(1) \Rightarrow y = 3\cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi\left(t/0{,}2 - x/0{,}4\right) \Rightarrow y = 3\cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi(5t - 2{,}5x) \quad \text{στο S.I.} \quad (2)$$

β) Αφού $A_A = 6\cdot 10^{-3}m = 2A$ τότε ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος άρα είναι σημείο ενίσχυσης.

γ) Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι ο φελλός:

ι) από 0 μέχρι 2sec παραμένει ακίνητος, άρα στο χρονικό αυτό διάστημα, στο Α δεν έχει φθάσει ούτε το κύμα από την πηγή O_1, ούτε το κύμα από την O_2.
Άρα για $t = 1sec$, $y = 0$

ιι) από t=2 μέχρι 2,2 sec ο φελλός ταλαντώνεται με πλάτος $A = 3\cdot 10^{-3}m$ άρα στο Α έχει φθάσει μόνο το ένα κύμα που προέρχεται από τη την μία πηγή O_1.
Συνεπώς η O_1 θα απέχει $d_1 = \upsilon t_1 = 2\cdot 2 = 4m$.
Η ταλάντωση του Α θα περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = 3\cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi(5t - 2{,}5x) \xrightarrow{t=2{,}125\sec,\quad x=d_1}$$
$$y = 3\cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi(5\cdot 2{,}125 - 2{,}5\cdot 4) \Rightarrow$$
$$y = 3\cdot 10^{-3}\eta\mu 1{,}25\pi \Rightarrow y = 3\cdot 10^{-3}\eta\mu\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow$$
$$y = 3\cdot 10^{-3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow y = -\frac{3\sqrt{2}}{2}10^{-3}m$$

ιι) από t=2,2 μέχρι 2,4sec ο φελλός ταλαντώνεται με πλάτος $A = 6\cdot 10^{-3}\mathrm{m} = 2A$ άρα έχει φθάσει στο Α και το δεύτερο κύμα από την πηγή O_2 που θα απέχει από το Α $d_2 = \upsilon t_2 = 2\cdot 2{,}2 = 4{,}4\mathrm{m}$.

Η ταλάντωση του Α θα περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{d_1 - d_2}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow$$
$$y = 2\cdot 3\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{4 - 4{,}4}{2\cdot 0{,}4}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}2} - \frac{4 + 4{,}4}{2\cdot 0{,}4}\right) \Rightarrow$$
$$y = 6\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu\pi\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}2} - 10{,}5\right)\ \text{στο S.I.}$$
$$\xrightarrow{t=2{,}275} y = -6\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 2\pi(11{,}375 - 10{,}5) \Rightarrow$$
$$y = -6\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 1{,}75\pi \Rightarrow y = -6\cdot 10^{-3}\eta\mu\frac{7\pi}{4} \Rightarrow$$
$$y = -6\cdot 10^{-3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow y = 3\sqrt{2}\cdot 10^{-3}\mathrm{m}$$

δ) Τα σημεία ενίσχυσης που βρίσκονται μεταξύ της πηγής O_1 και του μέσου Μ της $O_1 O_2$ πληρούν την συνθήκη:

$$d_1 - d_2 = N\lambda \quad \text{και} \quad d_1 + d_2 = l.$$

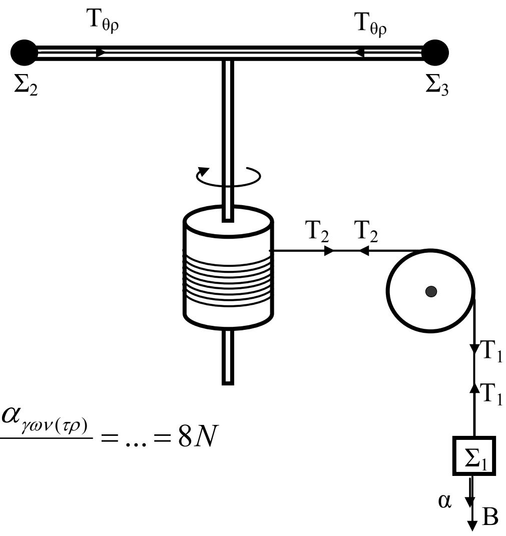
Από την επίλυση του συστήματος προκύπτει $d_2 = \dfrac{l - N\lambda}{2}$ (1)

Όμως $\quad \frac{1}{2} < d_2 < 1 \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} < \frac{1 - N\lambda}{2} < 1 \Rightarrow \ldots -15 < N < 0$

Για το Α ισχύει: $\quad d_1 - d_2 = N\lambda \Rightarrow 4 - 4{,}4 = N\cdot 0{,}4 \Rightarrow N = -1$

Άρα το Α βρίσκεται στην ενισχυτική υπερβολή N=-1, επομένως μεταξύ του Α της πηγής O_1 βρίσκονται 13 υπερβολές ενίσχυσης.

ΘΕΜΑ 8ο



α) Για το σώμα $Σ_1$:

$ΣF=m_1α$ άρα $m_1g-T_1=m_1α$ άρα $T_1=12N$

β) Για τον κύλινδρο: $a_{γων(k)}=\frac{a}{R}=20\frac{rad}{s^2}$

$$\omega=a_{γων(k)}\cdot t=30\pi\frac{rad}{s}$$

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=15Hz$$

γ) 2ος νόμος του Newton για την τροχαλία:

$$\Sigma\tau=I_{TP}\alpha_{γων(τρ)}\Rightarrow T_1R_1-T_2R_1=I_{TP}\alpha_{γων(τρ)}\Rightarrow T_2=\frac{T_1R_1-I_{TP}\alpha_{γων(τρ)}}{R_1}=...=8N$$

2ος νόμος του Newton για τον κύλινδρο:

$$T_2R=I_{ΟΛ}\alpha_{γων(k)}\Rightarrow T_2R=\left(I_k+2m_2\frac{L^2}{4}\right)\alpha_{γων(k)}\Rightarrow I_k=0,0675kg\cdot m^2$$

δ) Η συνισταμένη δύναμη για κάθε σφαιρίδιο, που είναι η κεντρομόλος, την στιγμή που το νήμα είναι έτοιμο να κοπεί έχει την τιμή $T_{θρ}$ και ισχύει:

$$\Sigma F=\frac{m_2\upsilon^2}{\frac{L}{2}}\Rightarrow T_{θρ}=\frac{m_2\upsilon^2}{\frac{L}{2}}\Rightarrow \upsilon=10\sqrt{5}m/s$$

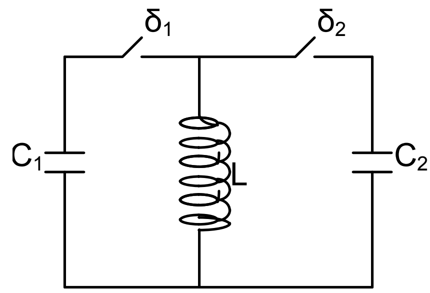
$$\omega=\frac{\upsilon}{\frac{L}{2}}=20\sqrt{5}m/s$$

Θ.Μ.Κ.Ε. $K_{ΤΕΛ}-K_{ΑΡΧ}=\Sigma W\Rightarrow\frac{1}{2}I_{ΟΛ}\cdot\omega^2-0=\tau_{T_2}\cdot\varphi\Rightarrow\frac{1}{2}I_{ΟΛ}\cdot\omega^2-0=T_2\cdot R\cdot\varphi\Rightarrow$

$\varphi=50rad$

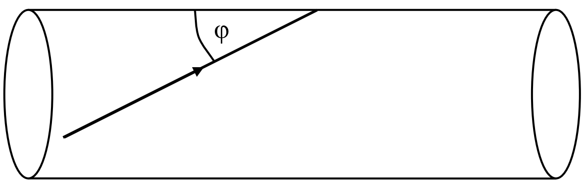
2ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο



A. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται C_2=900 μF, C_1=100 μF, L=10 H, και ο πυκνωτής C_2 αρχικά είναι φορτισμένος σε τάση V_{0C2}=100 V, ενώ ο C_1 είναι αφόρτιστος. Περιγράψτε λεπτομερώς πώς μπορεί να φορτιστεί ο πυκνωτής των 100 μF στα 300 V με την βοήθεια των διακοπτών δ_1, δ_2.

B. Μία ακτίνα φωτός διαδίδεται μέσα σε ευθύγραμμη οπτική ίνα μεγάλου μήκους. Η ακτίνα προσπίπτει στα διαμήκη τοιχώματα της οπτικής ίνας με γωνία φ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο δείκτης διάθλασης της ίνας είναι $n=\sqrt{2}$. Μετά από διαδοχικές ολικές ανακλάσεις, η ακτίνα θα εξέλθει από το δεξιό άκρο της οπτικής ίνας, αν η γωνία φ είναι:



α) $\varphi=75^0$, β) $\varphi=60^0$, γ) $\varphi=45^0$, δ) $\varphi=30^0$

Γ. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, σύμφωνα με τη εξίσωση $A=A_0e^{-\Lambda t}$. Τη χρονική στιγμή t_0=0 η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι E_0.

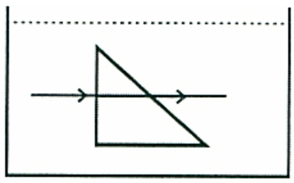
α. μετά πόσο χρόνο t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή θα γίνει $E_1=\frac{E_0}{2}$;

β. πόση είναι η ενέργεια του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή $t_2=3t_1$;

Δ. Ποιο από τα παρακάτω αρμονικά κύματα διαδίδεται με μεγαλύτερη ταχύτητα στο ίδιο ελαστικό μέσο

α. $y=2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{4}\right)$ (S.I.) β. $y=1\eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}\right)$ (S.I.)

γ. $y=2\eta\mu\pi(t-x)$ (S.I.) δ. $y=2\eta\mu\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{6}\right)$ (S.I.)

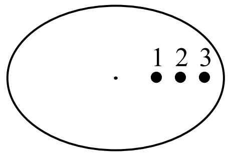


E. Γυάλινο πρίσμα είναι βυθισμένο εξ' ολοκλήρου σε υγρό. Μονοχρωματική ακτινοβολία διαδίδεται, όπως δείχνει το σχήμα. Αν το πρίσμα και το υγρό έχουν δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α. $n_1 > n_2$ β. $n_2 > n_1$

γ. $n_1 = n_2$ δ. $n_2 = 2n_1$

ΣΤ. Ένας δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα και έχει πάνω του τρεις σταγόνες λάδι ίσης μάζας.



α. Η πρώτη σταγόνα περιστρέφεται με μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα από τις άλλες.
β. Η γραμμική ταχύτητα της τρίτης σταγόνας είναι μεγαλύτερη από αυτή της πρώτης.
γ. Η κεντρομόλος επιτάχυνση της πρώτης σταγόνας είναι μικρότερη από αυτήν της δεύτερης.
δ. Η κινητική ενέργεια είναι ίδια και για τις τρεις σταγόνες.

ΘΕΜΑ 2ο

Σώμα μάζας m=1kg, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T=2π s και πλάτος A, αποτελεί πηγή δύο διαφορετικών αρμονικών κυμάτων, ενός ηχητικού και ενός άλλου μηχανικού κύματος που διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, ενώ στη θέση $x = +\frac{A}{2}$ έχει κινητική ενέργεια K=0,6j.

α. Να βρεθεί η τιμή του πλάτους A της ταλάντωσης του σώματος και να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της ταλάντωσης του σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να γραφεί η εξίσωση του τρέχοντος κύματος στο γραμμικό ελαστικό μέσο, αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon = \frac{10}{\pi}$ m/s και να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y σε συνάρτηση με το χρόνο t για ένα σημείο M του μέσου που βρίσκεται στη θέση χ_M=40m.

γ. Ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα υ_A προς το σώμα-πηγή των ηχητικών κυμάτων, κινούμενος στη διεύθυνση ταλάντωσης του σώματος. Αν η μικρότερη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι $f_{min} = \frac{350}{688\pi}$ Hz, να βρεθεί η ταχύτητα υ_A

δ. Με κάποιον τρόπο αυξάνουμε κατά 20% τη μηχανική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος. Να βρεθεί η επί τοις εκατό μεταβολή των παρακάτω μεγεθών:
ι) του μήκους κύματος που διαδίδεται στο γραμμικό ελαστικό μέσο.
ιι) της ελάχιστης συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής. Δίνεται $\upsilon_{\eta\chi}$=340m/s.

ΘΕΜΑ 3ο

Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο γ.α.τ. πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των απομακρύνσεων για τις δύο επιμέρους κινήσεις είναι : $x_1 = 10\eta\mu\pi t, \quad x_2 = 10\eta\mu\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$. (Τα x σε cm, το t σε s)

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη νέα κίνηση που προκύπτει

β. Να βρεθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{3}$s.

γ. Να βρεθεί η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του σώματος όταν βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα και η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$

ΘΕΜΑ 4ο

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα χ΄χ, δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση.

$y = 8συν\frac{5πχ}{2}ημ25πt$, (το χ είναι σε m, το y σε cm και το t σε s)

α. Να υπολογίσετε το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος των δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου του σχοινιού που απέχει από τη θέση χ=0 απόσταση χ=0,8m, κατά τη χρονική στιγμή t=0,17s.

δ. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος που δημιουργούνται ανάμεσα στις θέσεις χ=0 και χ=4,25m.

ΘΕΜΑ 5ο

Ομογενής δίσκος μάζας m=1kg και ακτίνας R=1m έχει στο κέντρο του ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s = 380Hz$. Ένας παρατηρητής εκτοξεύει το δίσκο (t=0) από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, όπου $ημφ = 3/5$. Ο δίσκος έχει αρχικά γωνιακή ταχύτητα $ω_0 = 40rad/sec$ και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ ο παρατηρητής παραμένει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

α. Αν η ταχύτητα του ήχου είναι $340m/sec$, ποια είναι η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής τη στιγμή t=0;

β. Ποιο είναι το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου; Δίνεται $I_{δίσκου} = \frac{1}{2}mR^2$.

γ. Όταν ένα σημείο της περιφέρειας του δίσκου έχει διανύσει τόξο $ΔS = 187{,}5m$, ποιο είναι το μέτρο της στροφορμής του δίσκου;

δ. Για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη στιγμή που ο δίσκος παύει να ανέρχεται: ι)να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δίσκου και ιι) να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $g = 10m/sec^2$

ΘΕΜΑ 6ο

Κατακόρυφο ελατήριο έχει σταθερά $κ = 192N/m$ και στο πάνω άκρο του ισορροπεί μια μεταλλική πλάκα μάζας M που έχει προσδεθεί σε αυτό. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε οριζόντιο έδαφος. Ένα μεταλλικό σφαιρίδιο μάζας m και αμελητέων διαστάσεων αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα από το σημείο Γ που βρίσκεται στην ίδια ευθεία με το ελατήριο πάνω από αυτό και απέχει από τη μεταλλική πλάκα απόσταση $h_1 = 1{,}8m$. Η κρούση του σφαιριδίου με την πλάκα είναι μετωπική, διαρκεί αμελητέο χρόνο και το σφαιρίδιο μετά την κρούση φθάνει σε ύψος $h_2 = 0{,}2m$ από τη θέση της κρούσης. Η πλάκα κινείται προς τα κάτω και η μέγιστη απόστασή της από τη θέση της κρούσης είναι 1/3m. Το σφαιρίδιο και η πλάκα συγκρούονται ξανά καθώς η πλάκα

ανεβαίνει και έχει φτάσει για πρώτη φορά στη θέση της πρώτης κρούσης. Δίνονται ακόμη $g = 10m/s^2$ και θεωρήστε π=3,2.
α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων του μεταλλικού σφαιριδίου ακριβώς πριν και μετά την πρώτη κρούση του με την πλάκα.
β. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια της μεταλλικής πλάκας σε συνάρτηση με το χρόνο, από την στιγμή που αυτή ξεκινά να κινηθεί (t=0) ως τη στιγμή πριν ακριβώς τη δεύτερη κρούση.
γ. Να προσδιορίσετε τις μάζες M και m
δ. Να εξετάσετε αν η πρώτη κρούση είναι ελαστική ή όχι.

ΘΕΜΑ 7ο
Πυκνωτής με χωρητικότητα C = 4μF φορτίζεται από πηγή E = 50V και στη συνέχεια συνδέεται με πηνίο και για t = 0 ξεκινάει ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{500}s$, ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο, με αντίθετη όμως πολικότητα από την αρχική, για πρώτη φορά. Να βρείτε:
α. τον συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου.
β. την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.
γ. τις εξισώσεις της έντασης του ρεύματος και του φορτίου του πυκνωτή σε σχέση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 8ο
Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου αρχίζει, τη στιγμή t = 0, να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y = 10ημ20πt (t σε s, y σε cm), οπότε διαδίδεται, κατά μήκος του ημιάξονα Ox, κύμα με ταχύτητα $\upsilon = 1\frac{m}{s}$.
α. Πόσο είναι το μήκος κύματος;
β. Πότε αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή Ο απόσταση x = 2m
γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ και να υπολογίσετε την τιμή της τη χρονική στιγμή t = 5,625s.
Ποια είναι η τιμή της φάσης του σημείου Μ την παραπάνω χρονική στιγμή;
δ. Πόσο απέχει από το σημείο Μ, ένα σημείο Ν το οποίο την ίδια χρονική στιγμή (t=5.625s) έχει φάση $\Phi_N = 72\pi + \frac{2\pi}{3}$; Κατά ποια φορά διαδίδεται το κύμα;
ε. Να παραστήσετε γραφικά τη μεταβολή της φάσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 9ο
Μια ομογενής συμπαγής σφαίρα Κ μάζας m και ακτίνας R και μια δεύτερη ομογενής συμπαγής σφαίρα L, μάζας 2m και ακτίνας 2R τοποθετούνται στο άνω άκρο κεκλιμένου επιπέδου. Αν οι δύο σφαίρες αφεθούν ταυτόχρονα ελεύθερες από την ηρεμία και το ίδιο ύψος να κυλίσουν χωρίς ολίσθηση πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, τότε: (Δίνεται: αδράνειας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας $I=2/5mR^2$. Αντίσταση του αέρα αμελητέα).
α. Λόγω διατήρησης της στροφορμής, και οι δύο σφαίρες φθάνουν στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου με την ίδια γωνιακή επιτάχυνση
β. Η σφαίρα Κ θα έχει την ίδια κινητική ενέργεια με τη σφαίρα L, όταν οι δύο φθάνουν στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου

γ. Η σφαίρα K, με τη μικρότερη ροπή αδράνειας, θα φθάσει πρώτη στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου
δ. Η σφαίρα L, με τη μεγαλύτερη ροπή αδράνειας θα φθάσει πρώτη στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου
ε. Οι δύο σφαίρες K και L φθάνουν ταυτόχρονα στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου

ΘΕΜΑ 10^{ο}

Ελατήριο με σταθερή κ=100N/m είναι στερεωμένο σε οροφή και στο ελεύθερο άκρο του στερεώνεται σώμα μάζας m_1=4kg. Ανυψώνουμε το σώμα έτσι ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο. Την στιγμή που διέρχεται από την αρχική θέση ισορροπίας του συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2=3m_1$ το οποίο κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=5m/s. Να βρεθούν:
α. Οι ταχύτητες των μαζών αμέσως μετά την κρούση
β. Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1.
γ. Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου
δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής για τη μάζα m_1 στη θέση $x=x_{max}$.