

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Δίνεται μία συνάρτηση  $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ . Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της  $f$  στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$ .

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  και η  $F$  είναι μία

παράγουσα της  $f$ , τότε ισχύει:  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = F(\beta) - F(\alpha)$

(Μον. 2)

**β)** Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της. (Μον. 2)

**γ)** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c \in \mathbb{R}$  μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c \quad (\text{Μον. 2})$$

**δ)**  $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, x > 0, \alpha \in \mathbb{R}^*$ . (Μον. 2)

**ε)** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ , τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx. \quad (\text{Μον. 2})$$

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

**α)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , τότε:  $(f - g)'(x) = \dots$  (Μον. 3)

$$\beta) \int_{\alpha}^{\beta} \text{συν}x dx = \dots$$

(Μον. 3)

$$\gamma) \text{Αν } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}, \text{ τότε } \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει:  $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να δείξετε ότι:  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ , για  $x \neq 2$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .

**Μονάδες 9**

**B3.** Να βρείτε το  $f(2)$ .

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	Κέντρο κλάσης $x_i$	$x_i v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 <sup>η</sup> κλάση	[25, 35)	100			
2 <sup>η</sup> κλάση	[35, 45)	50			
3 <sup>η</sup> κλάση	[45, 55)	40			
4 <sup>η</sup> κλάση	[55, 65)	10			
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		$v=200$			

**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4<sup>ης</sup> κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2<sup>ης</sup> κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1<sup>η</sup> κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

**Μονάδες 9**

#### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x \cdot (x-1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι:  $f'(x) = f(x) + e^x$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 9**

**Δ3.** Αν  $g(x) = f(x) + e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x = -1$  και  $x = 1$ .

**Μονάδες 10**